

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе**

Теоретический тур

8 класс

Максимальное количество баллов - 35.

Время выполнения - 235 минут.

Краткая инструкция.

Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.

Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).

При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Бланк заданий

1. Для некоторого целого n известно, что $2n + 1 \div 3$. Какой остаток дает выражение $14n + 41$ при делении на 3?

2. На доске выписаны 2024 произвольных целых числа. Оказалось, что сумма любых шести из них отрицательна. Может ли сумма всех быть положительной?

3. Даны три положительных числа x, y, z (необязательно целых). Докажите, что

$$\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} > 1$$

4. Однажды четверо ребят решили украсить двор – посадить в ряд несколько елей и рябин. При этом они считают ряд «красивым», если никакие две ели не являются соседними (рябины рядом расти могут). У них оказалось 12 саженцев елей и 5 саженцев рябин. Ребята разделили их так, что каждому досталось некоторое ненулевое количество саженцев. Докажите, что хотя бы один из ребят сможет высадить «красивый» ряд, используя все свои саженцы.

5. На клетчатой плоскости нарисован прямоугольник (границы совпадают с линиями сетки) размерами 2023 на 2025. В одной из его клеток сидит жук, а в центральной клетке прямоугольника находится ловушка. Жук может перемещаться из данной только в клетку, соседнюю с ней по стороне. Сможет ли он пройти таким образом все клетки прямоугольника, не попав в ловушку?